さまざまな繰返し負荷に対するひずみ速度依存型構成式*

放 生 明 廣 *1, 申　建 汎 *2
茶 谷 明 義 *1, 立 矢　宏 *1

A Constitutive Equation of Strain Rate Dependency for Various Cyclic Loadings

Akihiro HOJO, Jianxun SHEN,
Akiyoshi CHATANI and Hiroshi TACHIYA

Dept. of Mechanical Systems Engineering, Kanazawa University,
Kodatsuno, 2-40-20, Kanazawa, Ishikawa, 920-8667, Japan

The present paper proposed a new constitutive equation dependent on the strain rate by introducing the inner-state variables. Using these variables, we can describe the behavior of materials, without distinction between loading and unloading, and elastic and plastic state. The history effects of cyclic hardening and softening are also incorporated into the equation.

Cyclic loading experiments with eight typical strain parts were conducted using SUS304 stainless steel. The present constitutive equation was applied to the measured stress-strain relations. As a result, it agreed well with the experimental values for obtaining stable cyclic stress-strain relationship under proportional and nonproportional loadings. And the experimental constants included in the equation were found to be valid for practical use.

Key Words: Constitutive equation, Combined stress, Inelasticity, Stress relaxation, Strain rate, Cyclic load, Inner-state variables, Nonproportional

1. 緒　　言

衝撃荷重を受ける構造物の強度解析や高速塑性加工時の様子を知るためには，高ひずみ速度下での材料の挙動を明らかにすることが必要である．そのためには種々のひずみ経路に適用でき，かつひずみ速度依存性を考慮した構成式を確立する必要がある．一般に金属材料の応力ーひずみ曲線にはひずみ速度依存性，加工硬化やバウジンガ効果，繰返し負荷による硬化や軟化現象等さまざまな現象が現れる．この様な現象を表示するために従来から種々の構成式が提案されている(1)~(5)．しかし，これらの現象を全て含みかつひずみ速度依存性を考慮した構成式はまだ確定されていないと思われる．また，さまざまな現象を考慮すればするほど構成式の式形は複雑になり，パラメータの数も多くなり実用性の観点からは難点が生じるようである．すなわち，特定の負荷経路形状のみを取り扱ったもの(3)や，経路が変化する度に材料パラメータの置き換えを必要とするもの(4)が多い．また，ひずみ速度の影響と繰返し負荷の影響をともに考慮したものは少ない．繰返し負荷時の応力ひずみ曲線には Ramberg－Osgood 則を用い負荷毎にその係数を設定するもの等その取り扱いは一般に複雑である．

そこで，本研究では，従来から用いられているひずみ速度依存型の構成式に内部状態変数を導入し，その発展式を工夫することによって，多軸非比例経路繰返し負荷においても適用可能で，負荷，除荷あるいは弾性変形，塑性変形等を区別することなく統一的に表すとともに，加工硬化やバウジンガ効果等種々の影響を表すことを考えた新しい構成式を提案した．そしてSUS304 ステンレス鋼を用いていくつかの引張りとねじりの組合せ実験を行い，本構成式による計算結果と比較し，本構成式の実用性について検討した．

2. 構成式

全ひずみテンソル ε_{ij} は弾性ひずみテンソル ε_{ij}^{e} と塑性ひずみテンソル ε_{ij}^{p} の和で表せ，弾性ひずみテンソルについてフックの法則が成立するものと考えれば，応力速度は

$$\dot{\sigma}_{ij} = \frac{E}{1+\nu}\left\{\dot{\varepsilon}_{ij}^{e} + \delta_{ij}\frac{\nu}{1-2\nu}\dot{\varepsilon}_{kk}^{e}\right\} \qquad (1)$$

ただし，$\dot{\varepsilon}_{ij}^{e} = \dot{\varepsilon}_{ij} - \dot{\varepsilon}_{ij}^{p}$

となる．ここで，E はヤング率，ν はポアソン比，δ_{ij} はクロネッカーのデルタであり，(・)は時間による微分を表す．一方，塑性ひずみ速度テンソルは

Perzyna 型[5]の構成式に従うものと考え，移動硬化を考慮し

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{p}=\frac{3}{2}\frac{g(\bar{O})}{\bar{O}}O_{ij} \qquad (2)$$

$$O_{ij}=s_{ij}-\alpha_{ij},\quad s_{ij}=\sigma_{ij}-\delta_{ij}\frac{\sigma_{kk}}{3},\quad \bar{O}=\sqrt{\frac{3}{2}O_{ij}O_{ij}}$$

と表わせるものと考える．ここで，s_{ij} は偏差応力テンソル，O_{ij} は過応力テンソル，$\bar{O}$ はミーゼスの条件による相当過応力である．

α_{ij} は移動硬化を表す内部状態変数テンソルであり，その増分は塑性ひずみ増分に比例し次式が成立するものとする．

$$\dot{\alpha}_{ij}=K\dot{\varepsilon}_{ij}^{p} \qquad (3)$$

また，その大きさは相当過応力と同様に次式で与える．

$$\bar{\alpha}_{ij}=\sqrt{\frac{3}{2}\alpha_{ij}\alpha_{ij}} \qquad (4)$$

本研究では式(3)中の比例係数 K がいろいろ変化することによって，加工硬化曲線およびバウジンガ効果等の繰返し負荷時の様々な挙動が決まると考える．

式(2)中の関数 $g()$ は塑性ひずみ速度依存性を表す関数であり，一軸引張りに対しては

$$\bar{\sigma}=\sigma,\bar{\alpha}=\alpha \qquad (5)$$

そして　$\bar{O}=|\sigma-\alpha|$ (6)

ここで σ は一軸引張応力，α は一軸の内部状態変数となるので，軸方向塑性ひずみ速度は $\dot{\varepsilon}^{p}=g(|\sigma-\alpha|)$ となる．したがって，その関数関係は一軸の衝撃引張あるいは圧縮試験から決定できる．本研究では 1/sec 以下の低ひずみ速度域で多くの金属材料に適応できる次式の指数則を用いる[6]．

$$g(x)=\exp(C_1+x/C_2) \qquad (7)$$

ただし，$g(0)=0$ とする．

ここで，係数 C_1 は主として見かけの降伏応力値に影響を与え，C_2 はひずみ依存性の大きさに影響を与えると考えられる．

なお，(2),(3)によれば，特に降伏応力などは定義していない．また，$g()$ は過応力が０でないと変形を生じ，特に弾性域，塑性域を区別していない．

一般には繰返し負荷において次のような傾向が見られる：

実験によれば除荷直後の挙動はほぼ直線であり，弾性変形とみなすことができる．

一度，ある向きに塑性変形を与えた後，逆方向に負荷を与えたとき，降伏点が低下するバウジンガ効果がみられる．

逆負荷あるいは再負荷後時間が十分たてば，加工硬化率つまり塑性域における応力勾配はほぼ元の値に戻る．

繰返し負荷での弾性域から塑性域への遷移域では，初期降伏点と比べかなり緩やかな曲線を描く．

以上のようなことがらに基づき，構成式中の K について以下のような考察を行いその決定式を決めた．

(1). 図 1 は負荷の状態を模式的に表したものであるが，比例負荷では，α_{ij} の経路は原点から始まる直線となり，等方性を考慮すれば，同じ変形量（すなわち，$\bar{\alpha}$ が同じ）に対して負荷が続く場合，すなわち，$\dot{\alpha}_{ij}$ と α_{ij} の方向が同じ場合は K は円上のどの位置でも同じ値である．そこで，このときの K の値を $K=K_{sat}(\bar{\alpha})$ とおく．

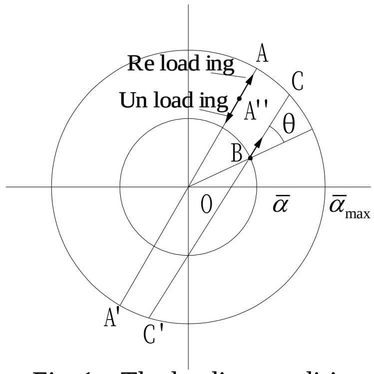


Fig. 1　The loading condition

関数 $K_{sat}(\bar{\alpha})$ は単純引張り負荷曲線から求まる．

(2). 次に，いわゆる除荷及び再負荷時を考えると，除荷は図中 OA 上の A″点から原点へ向かう状態，すなわち，$\bar{\alpha}\le\bar{\alpha}_{max}$ の状態から $\dot{\alpha}_{ij}$ と α_{ij} が逆方向となる状態であり，再負荷は A”点から再びＡ点へ向かう状態，すなわち，$\bar{\alpha}<\bar{\alpha}_{max}$ の状態から，$\dot{\alpha}_{ij}$ と α_{ij} が同一方向となる状態と考えられる．ここで，$\bar{\alpha}_{max}$ は $\bar{\alpha}$ が過去に取った最大値である．そして，先に述べたように除荷直後の変形はほぼ弾性的であり，その後，逆方向の変形が進むにつれて再びもとの加工硬化率に近づいていくから，この状態での K は $K_1=K_{sat}(\bar{\alpha}_{max})$ と $K_0=K_{sat}(0)$ の間になると考える．そこで，これを次式で表す．

$$K=K_0\beta\left(\frac{\overline{A''A'}}{\overline{AA'}}\right)+K_1\left\{1-\beta\left(\frac{\overline{A''A'}}{\overline{AA'}}\right)\right\}\quad \text{除荷時}$$

$$K=K_0\beta\left(\frac{\overline{A''A}}{\overline{AA'}}\right)+K_1\left\{1-\beta\left(\frac{\overline{A''A}}{\overline{AA'}}\right)\right\}\quad \text{再除荷時}$$

ただし，$0\le\beta(x)\le1$，　$0\le x\le1$

(3). 以上は比例負荷の場合であるが，この考え方を一般的な負荷に拡張し，過去に $\bar{\alpha}=\bar{\alpha}_{max}$ まで負荷された後，現在の負荷点がＢ点にあり，そこからＢＣ方向に負荷される場合 α_{ij} の発展式の係数は次式で表せるものとする．

$$K=K_0\beta(\xi)+K_1\{1-\beta(\xi)\} \qquad (8)$$

ただし，

$$\xi=\frac{\overline{BC}}{\overline{CC'}}=\frac{\sqrt{1-s^2+s^2\cos^2\theta}-s\cos\theta}{2\sqrt{1-s^2+s^2\cos^2\theta}} \qquad (9)$$

$$s=\bar{\alpha}/\bar{\alpha}_{\max},K_0=K_{\mathrm{sat}}(0),K_1=K_{\mathrm{sat}}(\bar{\alpha}_{\max})$$

ここで，

$$\cos\theta=\frac{\alpha_{ij}\dot{\alpha}_{ij}}{\sqrt{\alpha_{ij}\alpha_{ij}}\sqrt{\dot{\alpha}_{ij}\dot{\alpha}_{ij}}} \qquad (10)$$

とおいた．式(10)において $-1\le\cos\theta\le 1$ であり，もし，$\dot{\alpha}_{ij}$ と α_{ij} が同一方向であれば，$\cos\theta=1$；逆方向であれば，$\cos\theta=-1$ となる．また，式(10)の右辺は座標系に無関係な不変量である．そこで

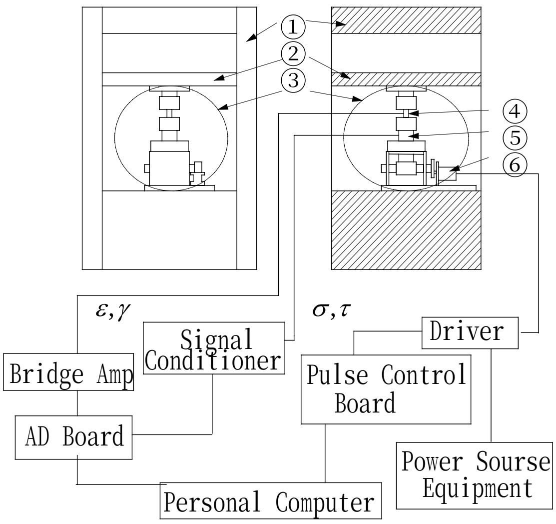
$$\theta=\cos^{-1}\left(\frac{\alpha_{ij}\dot{\alpha}_{ij}}{\sqrt{\alpha_{ij}\alpha_{ij}}\sqrt{\dot{\alpha}_{ij}\dot{\alpha}_{ij}}}\right) \qquad (11)$$

をテンソルのなす角度と考えてもよいので，これをテンソルのなす角度と見なす．

$\dot{\alpha}_{ij}$ は $\dot{\varepsilon}^p_{ij}$ すなわち O_{ij} に比例するから，現在の負荷点すなわち α_{ij},O_{ij} が決まれば，式(8)～(10)から K の値が決まることになる．

3．実験方法

3.1　実験装置　実験装置は島津オートグラフ（AG－100ｋND）に自作のねじり負荷装置を取り付けることによって，試験片に引張圧縮負荷とねじり負荷を同時に与えることを可能としたものである．引張圧縮負荷はオートグラフのクロスベットを一定速度で上下移動させることにより与え，ねじり負荷はパーソナルコンピュータによりステッピングモータの回転速度を制御して与える．



①: Auto Graph ②: Cross Head ③: Torsional Device
④: Specimen ⑤: Load Cell ⑥: Stepping Motor

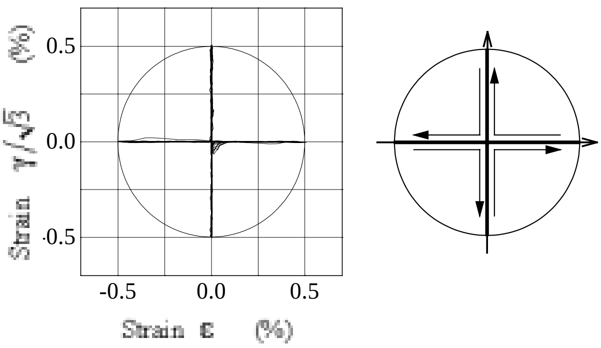
Fig. 2　Block diagram of multiaxial cyclic loading test

図２は実験装置概略図で，応力とひずみはそれぞれ荷重検出用ロードセルおよび試験片に貼付したひずみゲージにより測定する．これらはそれぞれシグナルコンディショナー(共和，CDV－230C)および自作のブリッジアンプに接続し，その出力をパーソナルコンピュータ(NEC，PC9801)に組み込んだＡＤ変換ボードでパソコンに取り込み，応力とひずみを算出した．同時に，引張ひずみおよびねじりひずみの測定値から必要なパルスモータの速度を決めて，モータを制御し所要のひずみ経路となるようにした．

制御は引張ひずみの増分を基にして，次に必要なねじりひずみの増分を算出し，モータの回転速度を決定する．その際に前回のステップでのねじりひずみ増分の予測値と実際に得られたそれとの差の分を補正するという単純なものであるが，サンプリング時間を 0.1sec と十分に細かくすることでほぼ所要のひずみ経路が得られた．

ねじり負荷装置は 29400(N)までの軸方向荷重に耐えられ，196(N･m)までトルクが伝達できるように設計されている．負荷装置にはオリエンタルモータ社製のステッピングモータ(CSK543AP-TG20)が取付けられており，このモータの発生するトルクを減速比5:1の平歯車でウォーム軸に伝達し，さらに50:1 のウォーム歯車により減速し試験片に伝達するようになっている．また，このモータの許容トルクは1.47 (N･m)である．さらに，このモータの許容ワット数が 11W であるため，ギヤの伝達効率を考慮すると，ひずみ速度 10^{-4}～10^{-3}(1/sec) 付近の静的試験に対応できる．

モータ制御にはパルスモータ制御ボード(PMC-M7198BPC，マイクロサイエンス製，基本周波数 20kHz で)を使用した．この制御ボードは PC-9801 シリーズの拡張 I/O スロットに直接プラグインして使用でき，出力ドライバを介してモータを制御する構造になっている．



(a). Experimental strain path.(b). Ideal strain path

Fig. 3　Experiment on case ７

図３は後述の十字経路(Case ７)の一例である．図３によれば原点付近などで若干の誤差はあるが，ほぼ十字経路となっている．また，振幅は±0.5% に制御されており，本装置でほぼ設計した通りのひずみ経路が得

られたと思われる．なお，後述の計算には，同図(a)のような実験値で得られたひずみ経路を与えて応力を計算している．

試験片材料は直径 35㎜ の SUS304 ステンレス棒を溶体化処理（1000°C，1h 保持した後水冷）したものから，試験片部が外径 20㎜，肉厚 1㎜，長さ 60㎜ で全長 134㎜ チャック部の直径 34㎜ に加工したものを用いた．試験片形状を図 4 に示す．なお，試験片に貼付するひずみゲージには引張圧縮ひずみ測定用に東京測器 FLA-2-11，せん断ひずみの測定には東京測器 FCA-2-11 を用いた． 曲げの影響を無視するためにこれらのゲージはそれぞれ試験片の中央部同一円周上180° の位置に 2 組貼付してある．

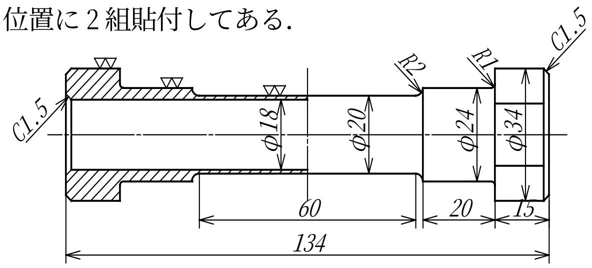


Fig. 4 Shape and dimensions of the specimen

3.2 実験のひずみ経路 実験は前述のようにひずみ経路を制御して行った．以下に本研究で行ったひずみ経路について示す．

まず，比例負荷実験は，基本的な等方性を確認し，K_{sat} の関数形を決め，また，バウジンガ効果を含めた除荷時の挙動が本構成式で表現可能かを知るためのものであり， $\varepsilon\text{-}\gamma/\sqrt{3}$ ひずみ平面上で比例角度 $\varphi = \tan^{-1}(\gamma/\sqrt{3}\varepsilon)$ とおいたとき， φ を 0° (引張－圧縮)，30°，60° および 90° (ねじりのみ)の４種類を行った．

次に，非比例負荷時にも本構成式が適用できるかを知るために，円形経路および四角形経路での実験を行った．その結果非比例負荷時には加工効果率が比例負荷時より大きくなることが分かった．そこで，非比例負荷時の加工効果率についてさらに詳しく調べるために，六角形経路，階段経路，十字経路など，折れ曲がりの角度や回数をさまざまに変化させて実験を行い，本構成式の発展式等に検討を加えた．これら実験のひずみ経路の模式図を図 5 に示す．なお，いずれも実験時の平均相当ひずみ速度は10^{-4}～$10^{-3}(1/\mathrm{sec})$であった．さらに相当ひずみ振幅は0.5%で統一した．

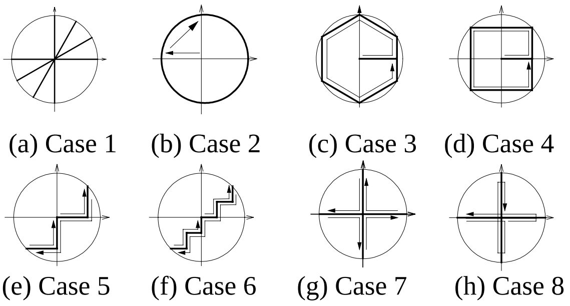


Fig. 5 Ideal strain path

4．実験値と計算値の比較

前節で提案した構成式を Runge-Kutta 法[7]を用いて解き，実験で行った各ひずみ経路に対する応力値を計算し，実験値と比較して本構成式の妥当性を検討した．計算に用いるパラメータは比例負荷経路0°，すなわち一軸引張圧縮繰返し実験による応力－ひずみ関係とシミュレーション結果が一致するように最適と思われる次の値を用いた．

$$C_1 = -92, C_2 = 2.35\mathrm{Mpa}$$

$$K_{sat}(x) = E\{\kappa_1 + \kappa_2 \exp(x/\kappa_3)\} \tag{12}$$

$$\beta(x) = x^{\beta_1} \tag{13}$$

ただし，

$$\kappa_1 = 0.01, \kappa_2 = 0.9, \kappa_3 = 43\mathrm{Mpa}, \beta_1 = 1.65$$

$$E = 180\mathrm{Gpa}, \nu = 0.33,$$

ここで，前述のようにC_2 はひずみ速度依存性に強く影響を与えるパラメータである．詳細は省くが，ここではひずみ速度急変試験(10^{-4}～$10^{-3}(1/\mathrm{sec})$)を行い決定した．その他のパラメータおよび式(12)，(13)の関数形は，計算値と実験値が一致するように適当に決めたものであり，これらの決定法については別途検討が必要であろう．

図 6～図 13 は各種繰返し負荷経路(Case１～Case８)の応力－ひずみ曲線を示す．それぞれ左側は実験値であり，右側は本構成式による計算結果である．

図６は引張りとねじりの比例負荷時(Case１)の実験値と計算値を比較したもので，同図を見れば，各比例負荷経路とも，本構成式により得られた応力振幅が実験値とよく一致しており，数回の繰返しで応力－ひずみ曲線は飽和している．また，比例角度φ の変化によりミーゼス降伏強度理論に従う材料の等方性が見られるが，負荷方向が変わった直後の遷移域は，計算値が実験値と比べて若干急に変化しており，これは式(12)，(13)の関数形によるものと考えられ，より適当な関数形を選ぶ事が必要と思われる．客観的に見れば，構成式は単純な型式にも関わらず，いずれの比例負荷経路においても，実験値とよく一致していると言える．

次に，円形，階段状や十字経路などの実験値を見れば，繰返し回数に対する応力の飽和は遅くなり，加工硬化も大きい．多角形負荷経路では比例負荷時に較べて加工硬化が顕著に現れる．一方，本構成式によれば比例負荷時では式(11)のθ は0° または180° に限られるのに対して，これらの経路では，θ はそれ以外の値90° に近い値もとりうる．そこで，加工硬化率はθ の影響を受けるものと考え，次のC_1 の発展式を用いた．

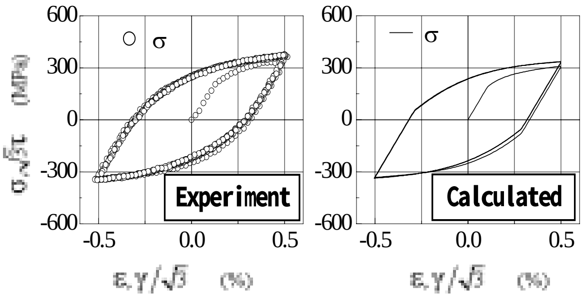
$$\dot{C}_1 = \phi_1 \sin\theta \cdot \left\{1+\log^{\phi_3}\left(1+\phi_2 \overline{\varepsilon^p}\right)\right\}^{-1} \cdot \dot{\overline{\varepsilon^p}} \tag{14}$$

ただし，

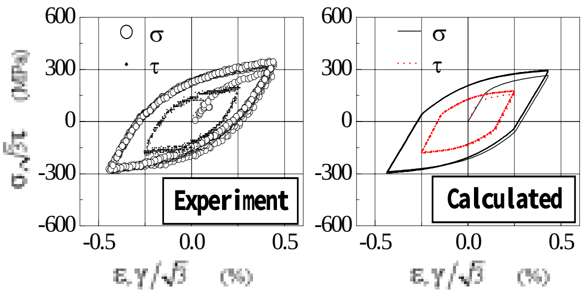
$\phi_1 = 500\mathrm{Mpa}, \phi_2 = 450, \phi_3 = 3.3$

なお，上式によれば比例負荷では$\dot{C}_1 = 0$である．ここで，$\overline{\varepsilon^p}$は相当塑性ひずみである．非比例経路負荷では，θが90°に近いほどC_1の増加は大きくなるものとしている．また，$\overline{\varepsilon^p}$が十分大きくなればその増分は0に近づくものとしている．このようにC_1の発展式を導入することによって，非比例負荷時の挙動は各負荷経路の形状によってさまざまな値を示すことになる．

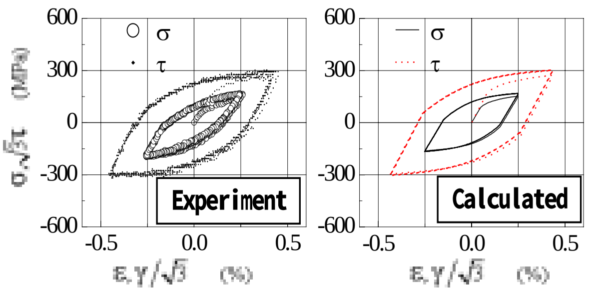
円形経路ではθは常にほぼ90°となり，θの影響が最も顕著に表れると考えられる．図 7，8，9 はそれぞれ円形経路(Case 2)，六角形経路(Case 3)および四角形経路(Case 4)の場合である．図中(a)及び(c)は実験によるひずみー応力曲線と応力経路であり，(b) 及び(d)は本構成式により得られたひずみー応力曲線と応力経路である．これらの場合にθは90°に近い値をとり，θの影響が比較的によく表れると考えられる．そこでこれらの実験値と合うように，式(14)中の関数形およびパラメータを決めた．同図によれば，これらの



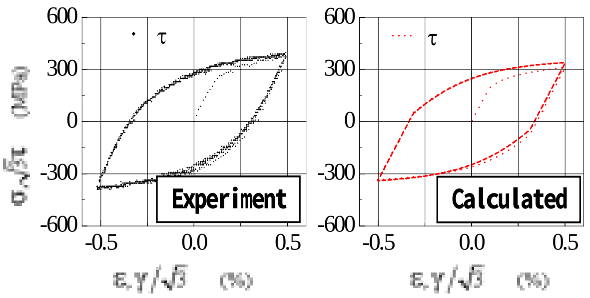
(a). $\tan^{-1}(\gamma/\sqrt{3}\varepsilon) = 0^\circ$



(b). $\tan^{-1}(\gamma/\sqrt{3}\varepsilon) = 30^\circ$

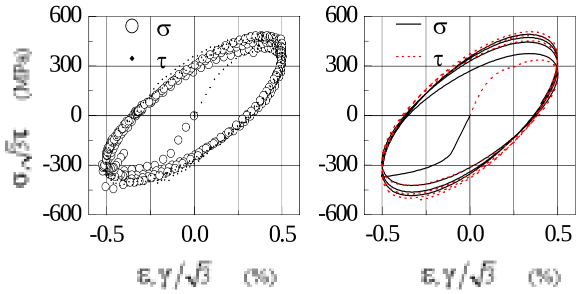


(c). $\tan^{-1}(\gamma/\sqrt{3}\varepsilon) = 60^\circ$

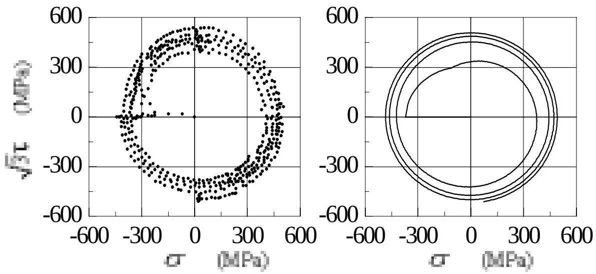


(d). $\tan^{-1}(\gamma/\sqrt{3}\varepsilon) = 90^\circ$

Fig. 6　Results for case 1

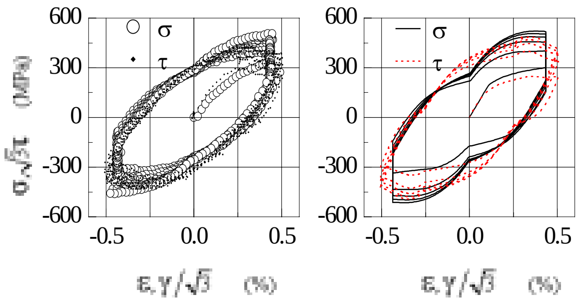


(a). Stress-strain (Experiment).　(b). Stress-strain (Calculated).

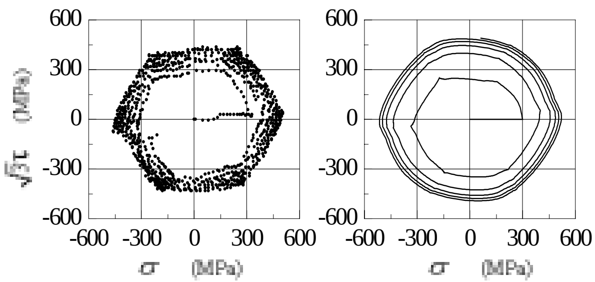


(c). Stress path (Experiment)　(d). Stress path (Calculated).

Fig. 7　Results for case 2



(a). Stress-strain (Experiment).　(b). Stress-strain (Calculated).

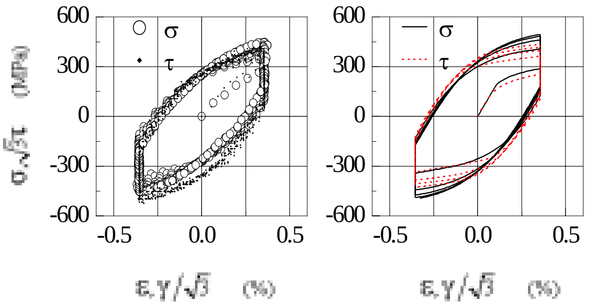


(c). Stress path (Experiment)　(d). Stress path (Calculated).

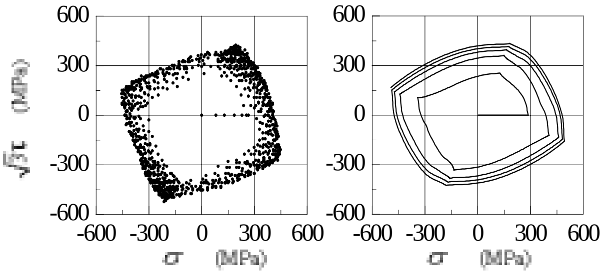
Fig. 8　Results for case 3

経路では応力振幅は実験値と一致し，応力経路は初負荷の時やや実験値より小さいが，繰返し負荷に従って，実験値と同じように加工硬化がゆるやかになり飽和し，計算値は実験値とほぼ一致していることが分かった．すなわち，比例経路負荷と比較して著しい硬化量を見せる非比例負荷経路では，本構成式の C_1 の発展式を使って，表現できると思われる．

さらに複雑なひずみ経路として階段経路および十字経路実験を行い計算値と比較した．図 10～図 1 3 はそれぞれこれらの比較結果である．図をみれば，いずれの経路でも応力振幅は実験値とよく一致しており，繰返し硬化もほぼ表現できていると分かった．また，実験値，計算値とも加工硬化は前の円形あるいは六角形経路よりも小さいことが分かる．これは θ が 90° になる区間が前者よりも少ないためと思われる．

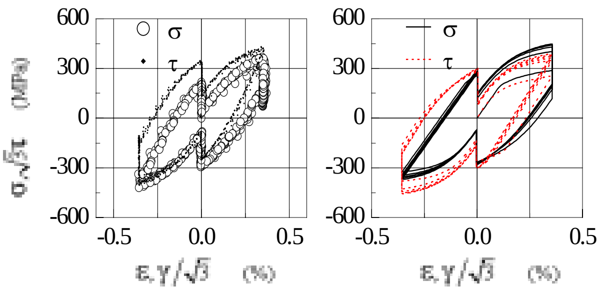


(a). Stress-strain (Experiment).(b). Stress-strain (Calculated).

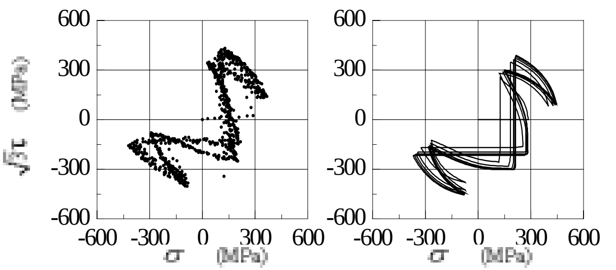


(c). Stress path (Experiment) (d). Stress path (Calculated).

Fig. 9 Results for case 4

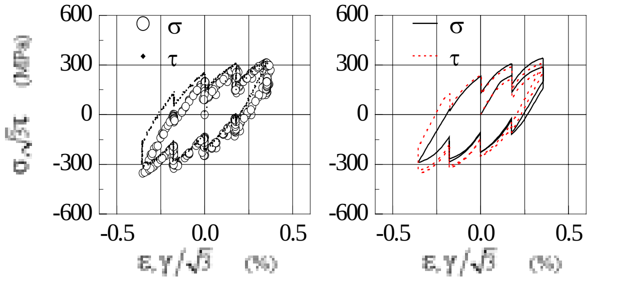


(a). Stress-strain (Experiment).(b). Stress-strain (Calculated).

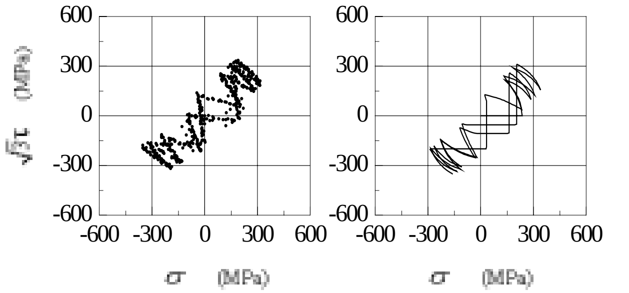


(c). Stress path (Experiment) (d). Stress path (Calculated).

Fig. 10 Results for case 5

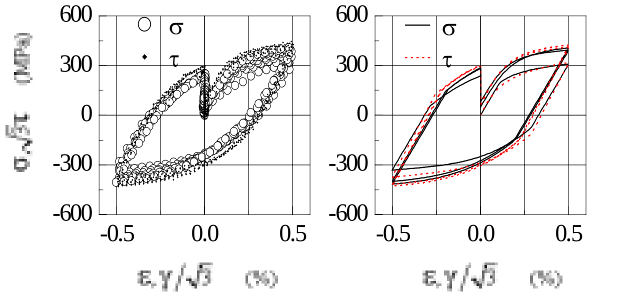


(a). Stress-strain (Experiment). (b). Stress-strain (Calculated).

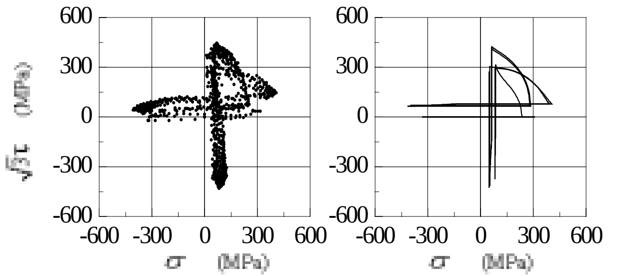


(c). Stress path (Experiment) (d). Stress path (Calculated).

Fig. 11 Results for case 6.



(a). Stress-strain (Experiment). (b). Stress-strain (Calculated).



(c). Stress path (Experiment) (d). Stress path (Calculated).

Fig. 12 Results for case 7

これらの負荷経路が加工硬化に及ぼす影響を見るために各繰返しサイクルにおける最大相当応力－累積相当塑性ひずみ関係を示したのが図１４である．同図をみれば，段階経路(Case５)の場合，計算値が実験値よりやや大きいが，各繰返しサイクルにおける最大相当応力の計算値と実験値はよく一致している．すなわち様々な非比例経路による差は θ のみで表わせるとする

単純な本研究の仮定が十分に適用できるものと考えられる．

4．結　言

内部状態変数を用いてバウジンガ効果，繰返し硬化の影響等を表すひずみ速度依存型の構成式を提案し，SUS304 ステンレス鋼の繰返し引張り圧縮応力ーひずみ曲線にあてはめた．その結果，以下のことがわかった．

1) 本構成式を用いれば，降伏応力を定義する必要なく，また，弾性域，塑性域を区別することなく，変形挙動を表わすことができる．
   本構成式では，内部変数テンソルとその増分がなす角度を導入することにより，除荷，負荷状態を記述している．これによれば，
2) 比例負荷に対しては，バウジンガ効果を含む繰返し変形時の挙動をよく表わすことができた．
3) 構成式中のパラメータの増分にこの角度が影響すると考えることにより，非比例負荷時には加工硬化が大きくなることなど，比例負荷時に見られない挙動を表現可能である．
4) 上述の考えを用いた結果，円形，多角形，階段と十字などさまざまなひずみ経路に対する挙動を統一的に表現することに可能になった．

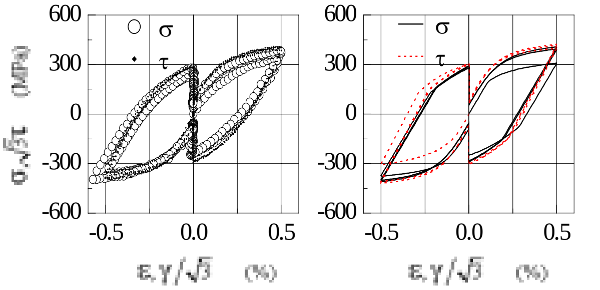
終わりに，本研究遂行にあたって実験実施に絶大なるご協力をいただいた任田紀彦君[現：三協アルミニウム工業ＫＫ]，東嶋慎治君[現：（株）テクニカ・フクイ]に深く感謝の意を表わす．

文　　献

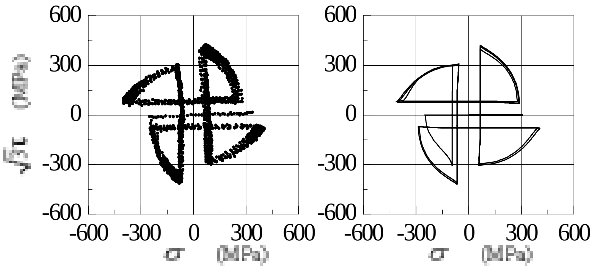
(1) T. Itoh, X. Chen, T. Nakagawa and M. Sakane, *Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol,* 122－1(2000), 1.

(2) J. H. Fan, X. H. Peng, *Trans. ASME, J. Eng. Mater. Technol,* 113－1(1991), 254.

(3) 田中・竹内，機論，57－543，A(1991)，2767.



(a). Stress-strain (Experiment). (b). Stress-strain (Calculated).



(c). Stress path (Experiment) (d). Stress path (Calculated).

Fig. 13 Results for case 8

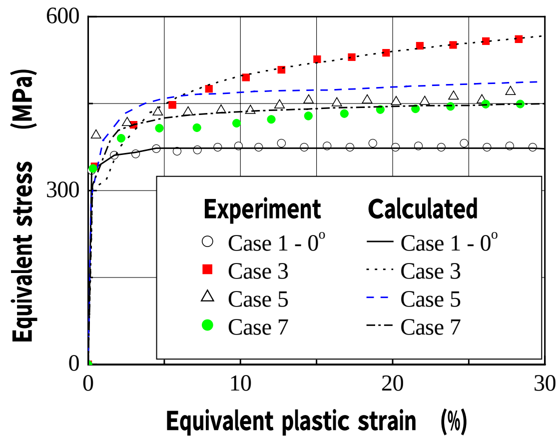


Fig. 14 Comparison of cyclic hardening

(4) 佐々木・石川，機論，56－532，A(1990)，2536.

(5) P. Perzyna, *Quart. Appl. Math,* 20 (1963), 321.

(6) 放生・茶谷・佐々木，材料，34－387，(昭 60)，1400.

(7) 小野・戸田，入門数値計算，オーム社.